

Progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas

México, marzo 2024

Documento de trabajo y consulta para propiciar el diálogo y el intercambio de ideas y puntos de vista con las comunidades educativas de la Educación Media Superior en México.

NO CITAR

DOCUMENTO DE TRABAJO, COSFAC

Introducción

En estas páginas presentamos las propuestas de tres semestres de Temas selectos de matemáticas para el cuarto, quinto y sexto semestre, respectivamente.

Estas UAC han sido diseñadas considerando a los estudiantes que recibiremos en nuestras aulas en cuarto semestre dentro del modelo del MCCEMS, los cuales tendrán una trayectoria académica que contemplará conocimientos y saberes relativos al pensamiento estadístico y probabilístico, al pensamiento aritmético, algebraico y geométrico, así como también al pensamiento variacional. Esta configuración del estudiante se ve reflejada necesariamente en las progresiones que aquí presentamos, pues, por ejemplo, al considerar algunos contenidos propios de la Geometría Analítica en Temas selectos de matemáticas II se emplearán nociones variacionales que al estudiante le serán familiares de su tercer semestre, con la finalidad de robustecerlas y aplicarlas.

Se continúa con una descripción del Pensamiento Matemático como se ha hecho en los primeros tres semestres, pues el tipo de pensamiento que buscamos desarrollar en el estudiantado es el mismo; la forma de describirlo a través de categorías, por lo tanto, no cambia. La lógica con la que se operan las metas de aprendizaje y los aprendizajes de trayectoria es, asimismo, idéntica a la que se utilizó de primero a tercer semestre, solo que en estos últimos semestres se busca la ejecución de dichas metas de aprendizaje con un mayor grado de refinamiento y profundización, los cuales están dados por las propias progresiones de aprendizaje.

Si bien los elementos curriculares (categorías, metas de aprendizaje y aprendizajes de trayectoria) son los mismos, las progresiones en donde se desarrollan y con las que se articulan, los orientan a la formación no solamente humana de nuestras y nuestros estudiantes, sino que se consideran aspectos técnicos y científicos que les serán de utilidad para ingresar, si así lo desean, a la Educación Superior y para formarse profesionalmente.

A continuación hacemos una descripción de los elementos curriculares antes referidos, aclarando que para un mayor detalle se remite al lector a (SEMS-SEP, 2023).

PENSAMIENTO MATEMÁTICO			
Categoría			
Procedural	Procesos de Intuición y Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			

Elementos aritmético-algebraicos.	Capacidad para observar y conjeturar	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Elementos geométricos	Pensamiento intuitivo	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos variacionales	Pensamiento formal	Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de datos e incertidumbre			
Aprendizajes de Trayectoria			
Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana.)	Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.
Metas de Aprendizaje			
C1M1	C2M1	C3M1	C4M1
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para	Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje

	de visualización que ayuden a entenderlo.	explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	matemático y el lenguaje natural.
C1M2 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	C2M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	C3M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C4M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.
C1M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C2M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	C3M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C4M3 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.
	C2M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca	C3M4 Construye y plantea posibles soluciones a	

	de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	
--	---	--	--

Temas selectos de matemáticas

En estos tres semestres seguiremos trabajando en la formación humana de las y los estudiantes de Media Superior, pero también se ha puesto especial cuidado en brindar las herramientas para que ellas y ellos puedan tener un buen desempeño profesional en el futuro. Esto se ve reflejando en los contenidos que se han seleccionado y el enfoque que se propone para abordarlos en el aula.

La realidad nos demanda una visión y forma de trabajo transversal, con la que mirar desde diferentes ángulos y de manera colaborativa los grandes problemas y retos del presente y del futuro. En Temas selectos de matemáticas I se adopta esta filosofía de trabajo con un curso que observa grandes problemáticas desde diferentes perspectivas.

“Temas selectos de matemáticas I: Pensamiento matemático, ciencias y tecnología del siglo XXI (innovación)” da una panorámica a los desarrollos más recientes y en actual evolución de la ciencia y la tecnología y muestra cómo el pensamiento matemático y la matemática pueden operar a favor de intentar la resolución de estos grandes problemas y apoyar el acelerado desarrollo tecnológico por el cual atravesamos. Es un curso que tiene **pueta** la mirada en el futuro, en él se abordan temas frontera: fractalidad, complejidad, inteligencia artificial, computación cuántica, entre otros.

Es preciso dar algunas palabras de advertencia: no se pretende con este curso que egresen estudiantes capaces de operar los desarrollos actuales de estas tecnologías y estos conceptos matemáticos, más bien busca que las y los estudiantes estén informados de las áreas en las que podría participar al continuar con sus estudios profesionales o técnicos. Empleando una analogía, se trata de llevar al estudiantado a que observe el poder de la matemática como quien asiste a un gran concierto, sin que luego se le pida que toque como el primer violín, pero pidiéndole que con una flauta dulce ensaye sus primeras notas que, de continuar cultivando, lo llevarán a ella o a él a la frontera del conocimiento.

El carácter transversal de Temas selectos de matemáticas I nos invita a que como docentes apoyemos a nuestras y nuestros estudiantes a descubrir su talento. Se

hará patente que al trabajar problemáticas complejas surge la necesidad de **diversas** contar con visiones y perspectivas: una mirada desde la matemática, desde la ciencia, desde las artes y las humanidades. Atacar problemáticas complejas nos permite guiar a las y los estudiantes a descubrir sus pasiones y talentos intelectuales, algo que es crucial para su desarrollo tanto humano como profesional durante el bachillerato, cuando muchas y muchos de ellos piensan en transitar a Educación Superior. Este curso plantea, además, cambiar la mirada (negativa) que tradicionalmente muchas y muchos estudiantes tienen acerca de la matemática.

Los contenidos matemáticos con los que se abordarán estas progresiones contemplan los siguientes: **sucesiones, logaritmos, geometrías no euclidianas, regresión lineal, mínimos cuadrados, leyes de potencias, funciones algebraicas, sistemas dinámicos discretos, caos, fractalidad**, entre otros.

Existen numerosas investigaciones y documentos bibliográficos que atestiguan la posibilidad de abordar estos contenidos en el bachillerato, mencionamos solo algunos a continuación: (Hernández, 1999), (Langille, 1996), (Braun, 1996), (Talanquer, 1996), (Heinrich & Kupers, 2019), (Yoon, Goh, & Park, 2017). Cabe aclarar, sin embargo, que la propuesta MCCEMS con respecto a Temas selectos de matemáticas I: **Pensamiento matemático, ciencias y tecnología del siglo XXI (innovación)** responde a necesidades particulares y actuales de las y los estudiantes de Media Superior en México, por lo que la articulación por progresiones, aunque se ha apoyado de los documentos antes referidos, es nueva y propia del MCCEMS.

En **“Temas Selectos de Matemáticas II: Pensamiento geométrico avanzado”** las y los estudiantes encontrarán contenidos propios de la Geometría Analítica que les serán fundamentales para transitar a Educación Superior. A lo largo de esta UAC se abordan cuestiones relativas a la trigonometría de forma integrada. Sin embargo, este no es un curso clásico de **Geometría Analítica** por la sencilla razón de que las y los estudiantes que lo cursen tendrán una trayectoria académica diferente a la de aquellos que anteriormente tomaban un curso de Geometría Analítica, pues contarán con experiencia en **aspectos variacionales de la matemática** que en este semestre reforzaremos y aplicaremos, esto se ve claro en, por ejemplo, la progresión 6, donde no solamente el o la estudiante deducirá y trabajará con la ecuación de la circunferencia sino que hará un análisis del movimiento circular revisando conceptos como velocidad y momento angular.

En **“Temas Selectos de Matemáticas III: Pensamiento variacional para la modelación de fenómenos”** las y los estudiantes profundizarán contenidos vistos en Pensamiento Matemático III y desarrollarán otros referentes al Cálculo Integral. Se pone especial énfasis en el uso de teoremas del Cálculo-aunque no se espera que las y los estudiantes den una demostración formal de estos- con el fin de modelar fenómenos tanto sociales como naturales. No es este un curso de operaciones (aunque se ejecutan) sino conceptual y de aplicación: para comprender los porqués de los resultados matemáticos y usarlos en problemas contextualizados.

A continuación, enunciamos las progresiones de estos tres semestres.

Temas selectos de matemáticas I: Pensamiento matemático, ciencias y tecnología del siglo XXI (innovación)

La humanidad se enfrenta actualmente a grandes retos y está inmersa en un proceso acelerado de innovación tecnológica. (Science in the 21st Century, 2012) (West, 2017). ¿Qué estamos haciendo en nuestras aulas para atender esta realidad con las y los estudiantes? Las progresiones de Temas selectos de matemáticas I: Pensamiento matemático, ciencias y tecnología del siglo XXI (innovación) tratan de dar una respuesta a esta interrogante.

Progresiones

1. Explora investigaciones recientes en el campo de las ciencias de la complejidad a un nivel divulgativo con la finalidad de observar algunas nociones y aplicaciones de este paradigma. Es posible investigar los trabajos sobre criticalidad en las frecuencias que arrojan los electrocardiogramas, los cuales tienen por objetivo la detección temprana de enfermedades cardiovasculares, con esto se tiene un primer acercamiento a la fractalidad. (C2M1)
2. Observa fenómenos caóticos y no caóticos para distinguir y entender características como la predictibilidad y la sensibilidad a las condiciones iniciales. Es posible comparar el comportamiento de un péndulo simple contra un péndulo doble, analizar fenómenos físicos estudiados en CNEyT como los cuerpos en caída libre utilizando software (comportamiento no caótico) y fenómenos como la turbulencia o la caída de un cuerpo sobre superficies irregulares. (C2M1, C3M2)
3. Analiza funciones lineales y no lineales en el contexto de la modelación de fenómenos de interés e incorpora las nociones de órbita, periodo y comportamiento caótico. Cuando analiza sistemas dinámicos discretos considera la conjetura de Collatz, para observar que la matemática es una ciencia viva que en ocasiones emplea la computación para generar evidencia a favor de ciertas afirmaciones. (C1M1, C3M1)
4. Cuestiona y discute los problemas de conectividad y tráfico en las ciudades y viajes aeronáuticos a través del uso de conceptos y técnicas básicas de la geometría del taxista y la geometría esférica, respectivamente. (C2M2, C3M1)
5. Explora los elementos básicos de la geometría fractal a través de la revisión de ejemplos físicos como el movimiento de una mota de polvo, las formas de las nubes, los “monstruos matemáticos” (curvas que llenan el plano, el polvo de Cantor, el copo de nieve de Koch, el conjunto de Julia, el conjunto de Mandelbrot, etc.) y las aplicaciones de esta geometría en la industria fílmica y la medicina. Revisará la historia del padre de la geometría fractal, Benoit Mandelbrot, para hacer reflexiones de carácter socioemocional. Si la o el estudiante tiene familiaridad programando es recomendable llevar a cabo un taller para producir con computadora fractales. (C3M1, C4M2)

6. Investiga acerca interrogantes de las ciencias naturales y las ciencias sociales, tales como: *¿Por qué podemos vivir hasta 120 años, pero no miles de años? ¿Por qué las ciudades “viven” más de lo que “viven” las empresas? ¿Por qué debemos dormir 8 horas?* Y cuestiones similares en donde la invarianza de escala es un factor fundamental y en las que se emplean logaritmos, regresiones lineales y leyes de potencias para alcanzar un mejor entendimiento de estos cuestionamientos. (C1M2, C3M3)
7. Construye algoritmos y diagramas de flujo para resolver pequeños problemas como por ejemplo la programación de un apagador de escalera, haciendo uso de elementos mínimos de lógica simbólica. Se revisarán los avances y retos presentes de la computación tales como la ciberseguridad y la computación cuántica, la Inteligencia Artificial o el problema del millón de dólares sobre los problemas de decisión NP-completos. (C1M3, C3M4)
8. Explora los avances y los retos de la genómica, la ingeniería genética, la biología sintética y el medio ambiente desde la perspectiva de la complejidad para preguntarse y reflexionar por los orígenes de la humanidad, la vida y los posibles avances tecnológicos que nos permitirían tener una mejor calidad de vida. (C2M3)
9. Elabora un proyecto que involucre las ideas de complejidad para proponer alternativas, análisis o reflexiones que busquen abonar ideas a la solución de un problema de interés. (C3M4, C4M3)

Temas selectos de matemáticas II: pensamiento geométrico avanzado.

Las y los estudiantes han tenido un acercamiento al pensamiento geométrico, en esta UAC lo reforzaremos y ampliaremos. Resulta fundamental para su desarrollo el contar con una intuición y destreza sobre conceptos geométricos y espaciales, los cuales serán revisados en Temas selectos de matemáticas II. Esta UAC no es un curso tradicional de Geometría Analítica pues busca contextualizarla y aplicarla junto con conceptos básicos del Cálculo Diferencial abordados en Pensamiento Matemático III a problemáticas de interés para las y los estudiantes.

Progresiones

1. Intuye la trayectoria de objetos que se mueven en dos dimensiones y las describe heurísticamente a través del uso de sistemas coordenados cartesianos. De ser posible empleando software como *tracker* y *geogebra* que le permita rastrear el movimiento de dichos objetos. (C2M2)
2. Describe algebraicamente algunas trayectorias, lugares geométricos o regiones en el plano empleando inecuaciones con dos incógnitas o

relaciones de distancia y ángulo entre puntos y rectas del plano cartesiano. (C3M2)

3. Observa que polinomios en dos variables con coeficientes reales tienen un conjunto solución que puede graficarse en el plano cartesiano y deduce propiedades de simetría, extensión, etc. a partir de sus expresiones algebraicas. (C2M1, C4M3)
4. Emplea métodos gráficos para entender el comportamiento de dos variables que estén en relación de proporcionalidad directa deduciendo la ecuación de la recta que pasa por el origen y posteriormente deduce el caso general. (C3M3)
5. Analiza cuerpos en caída libre, tiros parabólicos como los descritos por las balas disparadas por cañones u otros fenómenos que involucren en su modelación funciones cuadráticas para deducir propiedades analíticas de la parábola. (C3M2)
6. Analiza el movimiento circular utilizando la ecuación de la circunferencia, medidas angulares y pensamiento variacional. Se consideran las implicaciones físicas de la conservación del momento angular.
7. Estudia el movimiento planetario utilizando las leyes de Kepler, pensamiento variacional, aspectos analíticos de la elipse y la coplanaridad de cuerpos que se mueven en el espacio. (C3M3)
8. Utiliza las esferas de Dandelin para identificar que las cónicas se obtienen como el resultado de los cortes de un plano a un cono circular de doble hoja. (C2M4)
9. Considera movimientos del plano y cambios de coordenadas al usar traslaciones y rotaciones con el fin de simplificar la expresión analíticas de curvas en el plano. (C1M2, C4M2)
10. Utiliza coordenadas polares e identidades trigonométricas para lograr una descripción más económica de curvas que de ser descritas cartesianamente tendrían una expresión muy complicada. (C4M3)
11. Considera importante emplear otros modelos geométricos como la métrica del taxista, la geometría de la esfera o la geometría fractal para calcular distancias en contextos en los que la métrica euclidiana no sea la adecuada para el entendimiento del problema. (C3M1, C4M2)

Temas selectos de matemáticas III: pensamiento variacional para la modelación de fenómenos

En Temas selectos de matemáticas III favorecemos el desarrollo del pensamiento crítico de las y los estudiantes al centrar nuestra atención en la aplicación de resultados propios del Cálculo Diferencial e Integral en la resolución problemas y modelación de fenómenos. Al asumir un teorema con la finalidad de aplicarlo en contexto se requiere que las y los estudiantes generen la capacidad crítica de revisar si el teorema es aplicable al contexto, revisando por ejemplo, si la situación analizada satisface las hipótesis del teorema que se desea aplicar.

También se promueve el uso de software con la finalidad de apoyarnos de la Cultura Digital como una herramienta que potencie la investigación de los contenidos que aquí abordamos.

Progresiones

1. Modela diversos fenómenos naturales o sociales empleando diferentes tipos de funciones reales de variable real, considerando continuidad y discontinuidades. (C3M2)
2. Asume propiedades y aplica teoremas sobre límites para comprender el comportamiento local de fenómenos que son modelados a través de funciones reales de variable real. (C3M2, C4M3)
3. Cuantifica e interpreta las tasas de variación de fenómenos sociales o naturales empleando la noción de derivada. (C3M3)
4. Calcula e interpreta puntos máximos y mínimos locales, puntos de concavidad y convexidad y demás elementos que permiten entender el comportamiento de una función que modela un fenómeno de interés social o natural asumiendo y aplicando teoremas del cálculo diferencial. (C1M1, C1M3, C3M3)
5. Estudia el problema del cálculo de áreas de superficies determinadas por funciones simples y aplica propiedades básicas de la integral definida para poder encontrar dichas áreas, como por ejemplo, que la integral de la suma es la suma de las integrales o que la integral de una función por una constante es la constante por la integral de la función, etc. (C2M4)
6. Analiza el teorema fundamental del cálculo para comprender que la derivación y la integración son procesos inversos. (C4M2)
7. Revisa alguna aplicación de la integral como pueden ser el cálculo de volúmenes de revolución, el concepto de trabajo en las ciencias naturales o la longitud de arco, asumiendo teoremas que les permitan hacer los cálculos necesarios. (C3M4, C4M3)
8. Modela situaciones utilizando ecuaciones diferenciales de la forma $df/dx = ax$, resolviéndolas de forma directa con el cálculo de integrales y considera

que para modelar otras clases de fenómenos se requiere en ocasiones de la aplicación de métodos numéricos y/o de la asistencia de una computadora (verificando que las hipótesis de los teoremas con los que construyeron los programas utilizados se satisfacen), y que, incluso, otros fenómenos a modelar pueden tener un comportamiento caótico debido a la sensibilidad a las condiciones iniciales. (C1M3, C2M4, C3M4)

DOCUMENTO DE TRABAJO, COSFAC

Referencias

- Biehler, R. (Ed.). (1994). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer Academic Publishers.
- Braun, E. (1996). *Caos, fractales y cosas raras*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Cerda, J., & Valdivia, G. (s.f.). *John Snow, la epidemia de cólera y el nacimiento de la epidemiología moderna*. Revista chilena de infectología. Obtenido de https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0716-10182007000400014
- Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, 1-16.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (2012). The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. En *The emergence of mathematical meaning* (págs. 11-26). Routledge.
- Deane, P., Sabatini, J., & O'Reilly, T. (2012). The CBAL English language arts (ELA) competency model and provisional learning progressions. Obtenido de <http://elap.cbalwiki.ets.org/Outline+of+Provisional+Learning+Progressions>
- Díaz Barriga, A. (s.f.). *Triángulo de Napoleón y cuadrados pitagóricos*. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1GvDtXkvaRjIQCKe3VmIBR189eEyDrxie/view?usp=sharing>
- Díaz-Bariga, Á. (2023). ¿Calificar o evaluar? Dos procesos que se confunden y pervierten en el acto educativo. *Revista iberoamericana de Educación Superior*, 98-115. doi:<https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2023.40.1547>
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Un enfoque de competencias en la Educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?* México: Perfiles Educativos. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>
- DOF-SEP. (2023). *ACUERDO Número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. Obtenido de https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.tab=0
- Drake, S., & Burns, R. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 264-278.

- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 30(3), 264-278.
- Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Fontanelli, O., Miramontes, P., & Mansilla, R. (2020). Distribuciones de probabilidad en las ciencias de la complejidad: una perspectiva contemporánea. *Inter disciplina*, 8, 11-37. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-57052020000300011&script=sci_abstract
- Freudenthal, H. (1999). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer Academic Publishers.
- García, B., & Botello, A. (2018). *Relación entre el pensamiento crítico y el desempeño académico en los alumnos de escuela preparatoria*. *Educar*.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (s.f.). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo OCCDM. Obtenido de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2016_Modelo_CDM_SEIEM_M%C3%A1laga.pdf
- Godino, J. D., Bernabeu, M. d., & Castellanos, M. J. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- H., P. (1983). Invención matemática. *Lecturas universitarias: Antología de Matemáticas*, 8, 105-116.
- Heinrich, S., & Kupers, R. (2019). Complexity as a Big Idea for Secondary Education: Evaluating a Complex Systems Curriculum. *Systems Research and Behavioral Science*.
- Hernández, D. M. (1999). *Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en el bachillerato*. Tesis para obtener el grado en docencia de las matemáticas, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Hitt, F., & Quiroz-Rivera, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista colombiana de educación*, (73), 153-177.
- Kline, M. (1977). *El fracaso de la matemática moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar?* México: Siglo XXI Editores.
- Koko, S., Eronen, L., & Sormunen, K. (2012). Crafting Maths: Exploring Mathematics Learning through Crafts. *Design and Technology Education: An International Journal*.

- Langille, M. (1996). *Studying student's sense making of fractal geometry*. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencia, Simon Fraser University.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension. *Science*, 636-638.
- Mandelbrot, B. (1996). Del azar benigno al azar salvaje. *Investigación y ciencia*, 14-20. Obtenido de https://zubietxe.org/wp-content/uploads/2013/12/NIYC1296_014.pdf
- Mandelbrot, B. (2014). *El fractalista: memorias de un científico inconformista*. Tusquets.
- Peña, J. A. (Ed.). (2002). *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Siglo XXI.
- Perelman, Y. (1969). *Álgebra Recreativa*. (E. MIR, Ed.)
- Rossmann, A. J. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research*, 7(2), 5-19.
- Rossmann, A. J., & Chance, B. L. (2011). *Workshop statistics: discovery with data*. John Wiley & Sons.
- (2012). *Science in the 21st Century*. Journal of the American Academy of Arts & Sciences.
- Seguí, M. L. (2000). *Combinatoria*. Cuadernos de Olimpiadas: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- SEMS a. (2024). *El Programa Aula, Escuela y Comunidad*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_(Documento).pdf)
- SEMS b. (2024). *La evaluación formativa en el MCCEMS*. Obtenido de https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Evaluacion_formativa%20en%20el%20MCCEMS.pdf
- SEMS c. (2023). *Orientaciones Pedagógicas del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20.pdf>
- SEMS d. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20I.pdf>

- SEMS e. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático II*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matematico%20II.pdf>
- SEMS f. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático III*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matematico%20III.pdf>
- SEMS g. (2023). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_(Documento).pdf)
- SEMS-SEP. (2023). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático*. México. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Progresiones%20de%20Aprendizaje%20-%20Pensamiento%20Matematico.pdf>
- SEP. (2017). *Planes de estudio de referencia del marco curricular común de la Educación Media Superior*. Obtenido de <http://www.sems.gob.mx/curriculoems/planes-de-estudio-de-referencia>
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Stewart, J. (2018). *Single variable calculus: Concepts and contexts*. Cengage Learning.
- Taguma, M., Gabriel, F., & Meow, H. (2019). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum analysis: A Synthesis of Research on Learning Trajectories/Progressions in Mathematics*. Obtenido de <https://www.oecd.org/education/2030/A-Synthesis-of-Research-on-Learning-Trajectories-Progressions-in-Mathematics.pdf>
- Talanquer, V. (1996). *Fractus, fracta, fractal*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económico.
- Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- West, G. (2017). *Scale: The universal laws of growth, innovation, sustainability, and the peace of life, in organisms, cities, economies, and companies*. New York : Penguin Press.

Yoon, S., Goh, S., & Park, M. (2017). Teaching and Learning About Complex Systems in K-12 Science Education: A review of Empirical Studies 1995-2005. *Review of Educational Research*, 1-41.
doi:10.3102./00346543177746090

DOCUMENTO DE TRABAJO, COSFAC